

Урок 8

Квадратне рівняння як математична модель прикладної задачі

[Підручник](#) - Мерзляк "Алгебра, 8 клас", 2021 р

Відповіді домашнього завдання:

№ 751 (5, 6)

5) $-1; -1/3; 1/3; 1$	6) $-\sqrt{2}; \sqrt{2}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}$
-----------------------	---

№ 753 (3) 0,5; 6.

№ 755 (1) $5/3; -1; 1; -1/3$.

№ 763 (1) -60; 50.

Виконай усно:

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $a^2 - 4a + 3 = 0$; б) $y^2 - 3y = 0$;

в) $(y - 2)(y + 2) = 0$; г) $(y - 3)(y + 2) = 6$;

д) $x^4 - x^2 = 0$.

2. За даною умовою складіть рівняння:

а) одне число x , друге $x+2$, добуток 15;

б) довжина прямокутника a , ширина $(a-2)$, площа 48 см^2 ;

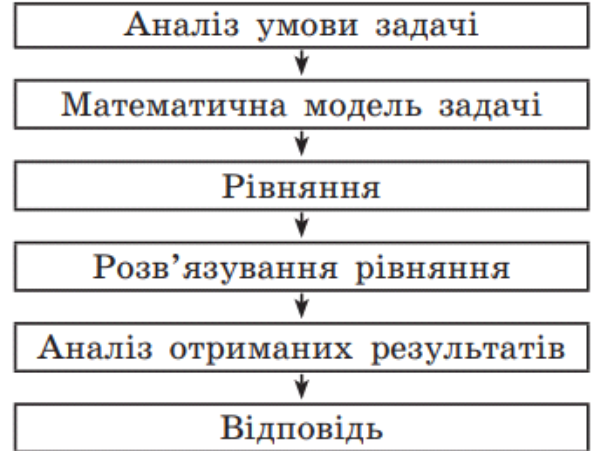
в) гіпотенуза (прямокутного) трикутника x , катети $x-1$ і $x-2$.

Як записати теорему Піфагора для цього трикутника?

Пригадаємо алгоритм розв'язування текстової задачі

Алгоритм розв'язування текстової задачі

1. Проаналізуй умову задачі.
2. Створи математичну модель.
3. Склади рівняння до задачі.
4. Розв'яжи отримане рівняння.
5. Проаналізуй отримані результати відповідно до умови задачі.
6. Запиши відповідь.



Види текстових задач

а) арифметичні

Виконай вправу

[Розв'язування задачі за допомогою рівняння](#)

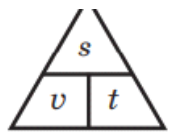
б) на прямолінійний рівномірний рух

в) на спільну роботу

г) на рух за течією та проти течії ріки

Задачі на прямолінійний рівномірний рух

Пригадай, що основними компонентами задач на рух є пройдений шлях (s), швидкість (v) та час (t). Залежність між величинами зображено на рисунку.



Алгоритм розв'язування задач на рух за допомогою рівняння

1. Визначаємо відому величину, невідому позначаємо через x .
2. Третю величину виражаємо через невідому та відому величини за допомогою однієї з формул: $s = v \cdot t$; $v = s : t$; $t = s : v$.
3. Складаємо рівняння за умовою задачі, урахувавши такі умови:
 - а) якщо два будь-яких об'єкти починають рух одночасно, то до моменту зустрічі вони витрачають однаковий час. Аналогічно, якщо один об'єкт наздоганяє інший;
 - б) якщо об'єкти виходять у різний час, то до моменту зустрічі більше часу витрачає той, який почав рухатися раніше;
 - в) у завданнях на рух за течією та проти течії ріки застосовують спеціальні формули:

$$\begin{aligned} v_{\text{за т. р.}} &= v_{\text{вл}} + v_{\text{т}}; \\ v_{\text{проти т. р.}} &= v_{\text{вл}} - v_{\text{т}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{\text{за т. р.}} - v_{\text{проти т. р.}} &= 2v_{\text{т}}; \\ v_{\text{за т. р.}} + v_{\text{проти т. р.}} &= 2v_{\text{вл}}. \end{aligned}$$

Таблиця

	v	t	S
1			
2			

Розглянь зразок розв'язування задачі

Задача. Відстань 400 км швидкий поїзд пройшов на годину швидше за товарний. Яка швидкість кожного поїзда, якщо швидкість товарного на 20 км/год менша, ніж швидкого?

Розв'язання

1) Запишемо коротку умову задачі за допомогою таблиці.

Поїзд	s (км)	v (км/год)	t (год)	
Товарний	400	x	$\frac{400}{x}$	$\frac{400}{x} > \frac{400}{x+20}$ на 1
Швидкий	400	$x + 20$	$\frac{400}{x+20}$	

2) Складемо рівняння.

$$\frac{400}{x} - \frac{400}{x+20} = 1;$$

$$\frac{400}{x} - \frac{400}{x+20} - \frac{1}{1} = 0;$$

$$\frac{400(x+20) - 400x - x(x+20)}{x(x+20)} = 0;$$

$$\frac{400x + 8\,000 - 400x - x^2 - 20x}{x(x+20)} = 0;$$

$$\frac{8\,000 - x^2 - 20x}{x(x+20)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 20x - 8\,000 = 0, \\ x(x+20) \neq 0; \end{cases}$$

$$x^2 + 20x - 8\,000 = 0;$$

$$D = 400 + 32\,000 = 32\,400 > 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-20 \pm 180}{2};$$

$$x_1 = 80; x_2 = -100.$$

Отримані корені не перетворюють знаменник дробу на нуль, тому вони є коренями рівняння.

Проте швидкість не може бути виражена від'ємним числом, тому умову задачі задовольняє $x_1 = 80$. Отже, швидкість товарного поїзда дорівнює 80 км/год, а швидкого — $80 + 20 = 100$ (км/год).

Відповідь: 80 км/год, 100 км/год.

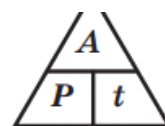
Виконай самостійно № 777

777. Перші 150 км дороги з міста А до міста В автомобіль проїхав з певною швидкістю, а решту 240 км — зі швидкістю на 5 км/год більшою. Знайдіть початкову швидкість автомобіля, якщо на весь шлях із міста А до міста В він витратив 5 год.

Задачі на спільну роботу



Пригадай, що основними компонентами задач на спільну роботу є обсяг роботи (A), продуктивність праці (P) та час роботи (t). Залежність між величинами зображено на рисунку.



Алгоритм розв'язування задач на спільну роботу за допомогою дробово-раціонального рівняння

1. Приймаємо обсяг усієї роботи за 1 (або за 100 %).
2. Знаходимо продуктивність праці кожного виконавця: $\frac{1}{t}$, де t — час, за який виконавець може виконати весь обсяг роботи самостійно.
3. Знаходимо частину роботи, яку було зроблено кожним виконавцем за той час, який він працював.
4. Складаємо рівняння за умовою задачі та з урахуванням того, що разом обсяг роботи становить 1, якщо робота виконана в повному обсязі.

➤ Розглянь зразок розв'язування задачі на спільну роботу за поданим вище алгоритмом.

Задача. Робітники першого цеху можуть виконати замовлення на 10 днів швидше, ніж робітники другого цеху. За скільки днів можуть виконати це замовлення робітники кожного із цехів, якщо разом вони виконають замовлення за 12 днів?

Розв'язання

Нехай робітники першого цеху можуть виконати завдання за x днів, тоді робітники другого цеху — за $(x + 10)$ днів. Перший цех за день виконує $\frac{1}{x}$ частини від усього замовлення, а другий — $\frac{1}{x+10}$. Разом вони виконують за день: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}$ частини замовлення. Складемо рівняння та розв'яжемо його:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12};$$

$$\frac{x^2 - 14x - 120}{12x(x+10)} = 0;$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0.$$

Рівняння має корені: $x_1 = 20$; $x_2 = -6$. Ці корені не перетворюють на нуль знаменник лівої частини рівняння, тому вони є коренями рівняння. Проте $x > 0$, оскільки через x ми позначили кількість днів. Тому умову задачі задовольняє лише корінь $x_1 = 20$. Тоді $x + 10 = 30$.

Відповідь: робітники першого цеху можуть виконати замовлення за 20 днів, а другого — за 30 днів.

Виконай самостійно № 783

783.* Перший насос перекачує 90 м^3 води на 1 год швидше, ніж другий перекачує 100 м^3 . Скільки кубічних метрів води щогодини перекачує кожен насос, якщо перший перекачує за годину на 5 м^3 води більше, ніж другий?

Домашнє завдання:

Опрацювати параграф 3 п. 23, виконати № 779, 784.

Додаткове завдання:

Відстань 30 км один із лижників пройшов на 20 хв швидше за іншого. Швидкість першого на 3 км/год більша за швидкість другого. Яка швидкість кожного лижника?

Розв'язання

1) Запиши коротку умову задачі за допомогою таблиці.

Лижник	s (км)	v (км/год)	t (год)	
I				
II				

2) Склади рівняння та розв'яжи його.